PREGUNTAS ABIERTAS

15) Sean $u, v \epsilon R^3$, si $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ significa que los vectores u y v son ortogonales.

ANALISIS DE LA SOLUCION

Para demostrar la igualdad, vamos a tener en cuenta las propiedades referentes al producto punto y al producto cruz entre vectores. Todo ello con el fin de operar a los dos lados de la igualdad hasta llegar a una conclusion que nos permita afirmar el enunciado

SOLUCION

$\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$

si elevamos al cuadrado a los dos lados de la igualdad tenemos que:

$\|u \times v\|^2 = \|u\|^2 \|v\|^2$

Por propiedades del producto cruz entre vectores tenemos que:

$\|u\|^2 \|v\|^2 - (u \cdot v)^2 = \|u\|^2 \|v\|^2$

Simplificamos la ecuacion anterior

$-(u \cdot v)^2 = \|u\|^2 \|v\|^2 - \|u\|^2 \|v\|^2$

Multiplicamos por -1 a los dos lados de la ecuacion, por lo tanto tenemos que:

$(u \cdot v)^2 = -\|u\|^2 \|v\|^2 + \|u\|^2 \|v\|^2$

Agrupamos terminos semejantes

$(u \cdot v)^2 = 0$

$u \cdot v = 0$

CONCLUSION

Dado que el producto punto entre los vectores u y v es cero, podemos decir que los vectores son ortogonales.